Prova scritta di Analisi Matematica T-A

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale - A.A 2017/18

03/09/2018

MATRICOLA...................... NOME E COGNOME...............................

L'orale si terrà **GIOVEDI' 6 Settembre 2018**

.

Non è consentito l'uso di libri, appunti e calcolatrici.

(1) (*6 punti) Calcolare il seguente limite di successione, al variare di* $\alpha \in \mathbb{R}^+$*:*

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n^2}{2^{\alpha n}+5} \cdot \frac{3^n+7}{\sqrt[4]{n+2}-n^{\frac{1}{4}}}.$$

(2) *(8 punti) Calcolare il seguente limite di funzione:*

$$\lim_{x\to 0} \frac{(e^{x+1}-e)\left[\sin(x+x^2)-e^{x+x^2}+\cos x+x^2\right]}{\sqrt{1+\frac{4}{x^8}}-\frac{2}{x^4}}.$$

(3) *(8 punti) Calcolare il seguente integrale:*

$$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\cos x}{(\sin x+2)(1-\cos^2 x)}dx.$$

(4) *(8 punti) Studiare la seguente funzione e disegnarne un grafico qualitativo*

$$f(x) = \left|\frac{\log(x+2)}{x+2}\right|$$

Determinare in particolare:

- *Dominio*
- *Limiti negli estremi del dominio*
- *Segno di* f *ed eventuali intersezioni con gli assi*
- *Intervalli di monotonia*
- $\sup f$ *e* $\inf f$ *ed eventuali punti di massimo/minimo locali/assoluti*
- *Eventuali punti di non derivabilità.*

(5) *(2 punti) Sia* $f(x) = e^x \sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$ *e sia* $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *tale che* $g'(1) = 2$*. Posto* $h(x) := g(f(x))$*, calcolare* $h'(0)$*.*

Si ricordano le seguenti formule di Taylor:

$$(1+x)^a = 1+ax+\frac{a(a-1)}{2}x^2+\frac{a(a-1)(a-2)}{6}x^3+o(x^3) \quad \text{per } x\to 0$$

Prova scritta di Analisi Matematica T-A

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale - A.A 2017/18

03/09/2018

MATRICOLA...................... NOME E COGNOME................................

L'orale si terrà **GIOVEDI' 6 Settembre 2018**

.

Non è consentito l'uso di libri, appunti e calcolatrici.

(1) *(6 punti) Calcolare il seguente limite di successione, al variare di $\beta \in \mathbb{R}^+$:*

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{2^n+1}{n} \cdot \frac{\sqrt[3]{n+1} - n^{\frac{1}{3}}}{2+3^{\beta n}}.$$

(2) *(8 punti) Calcolare il seguente limite di funzione:*

$$\lim_{x\to 0} \frac{\left[\tan\left(x - \frac{1}{2}x^2\right) - \log(1+x-x^2) - \sin(x^2)\right](e^2 - e^{2+x})}{\frac{1}{x^4} - \sqrt{1+\frac{1}{x^8}}}.$$

(3) *(8 punti) Calcolare il seguente integrale:*

$$\int_0^{\pi/4} \frac{\sin x}{(1-\sin^2 x)(3+\cos x)} dx.$$

(4) *(8 punti) Studiare la seguente funzione e disegnarne un grafico qualitativo*

$$f(x) = \left| \frac{\log(x+2)}{x+2} \right|$$

Determinare in particolare:

- *Dominio*
- *Limiti negli estremi del dominio*
- *Segno di f ed eventuali intersezioni con gli assi*
- *Intervalli di monotonia*
- $\sup f$ *e* $\inf f$ *ed eventuali punti di massimo/minimo locali/assoluti*
- *Eventuali punti di non derivabilità.*

(5) *(2 punti) Sia $f(x) = \cos(3x^2)\log(x+1)$ e sia $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tale che $g'(0) = 2$. Posto $h(x) := g(f(x))$, calcolare $h'(0)$.*

Si ricordano le seguenti formule di Taylor:

$$(1+x)^a = 1 + ax + \frac{a(a-1)}{2}x^2 + \frac{a(a-1)(a-2)}{6}x^3 + o(x^3) \quad \text{per } x \to 0$$

$$\tan x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2}{15}x^5 + o(x^5) \quad \text{per } x \to 0.$$